

Die Bildfehler doppelfokussierender Massenspektrographen

Von H. LIEBL und H. EWALD

Aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule München
(Z. Naturforschg. 12 a, 538—540 [1957]; eingegangen am 4. April 1957)

Für Massenspektrographen mit Doppelfokussierung erster Ordnung für alle Massen werden für vom dingseitigen Brennpunkt des elektrischen Feldes ausgehende Strahlen die radialen Bildfehler zweiter Ordnung angegeben. Dabei ist der allgemeine Fall vorausgesetzt, daß ein Toroidkondensator verwendet wird und die Eintrittsgrenze des Magnetfeldes kreisförmig gekrümmmt ist. Die Ergebnisse lassen sich auf Apparate mit Zylinder- oder Kugelkondensator und gerader Magnetfeldgrenze spezialisieren.

In einer früheren Veröffentlichung¹ wurde über einen für alle Massen doppelfokussierenden Massenspektrographen berichtet, bei dem durch Verwendung eines Toroidkondensators² an Stelle des bisher üblichen Zylinderkondensators stigmatische Abbildung der Spaltpunkte in die Punkte der Massenlinien erzielt wird. Im Anschluß an die kürzliche Berechnung der Bildfehler von Toroidkondensatoren³ werden hier jetzt die zu $\alpha_r'^2$, $\alpha_r' \beta$, β^2 und $\alpha_z'^2$ proportionalen radialen Bildfehler von für alle Massen doppelfokussierenden Massenspektrographen angegeben, welche mit Toroidkondensatoren beliebiger axialer Krümmungen und mit gekrümmten Eintrittsgrenzen des Magnetfeldes versehen sind und welche im allgemeinen astigmatische und in besonderen Fällen stigmatische Abbildung ergeben. In der folgenden Arbeit (siehe Seite 541) werden daraus solche Spezialfälle stigmatischer Abbildung abgeleitet, bei denen die mit $\alpha_r'^2$, $\alpha_r' \beta$ und $\alpha_z'^2$ gehenden Fehler verschwinden und die zu β^2 proportionalen möglichst klein werden.

In Abb. 1 ist der allgemeine Fall eines Massenspektrographen mit Doppelfokussierung erster Näherung für alle Massen längs einer Bildgeraden skizziert. Vom dingseitigen radialen Brennpunkt P des Toroidkondensators in einem kleinen radialen und axialen Winkelbereich ausgehende Ionen der Masse m und eines kleinen Geschwindigkeitsbereiches werden in einer in A senkrecht zur Zeichenebene stehenden Geraden radial in erster Näherung fokussiert. Die mittleren radialen und axialen Krümmungsradien des Kondensators sind mit a_e bzw. R_e bezeichnet, ihr Verhältnis ist $c = a_e/R_e$. Der Krümmungsradius der Eintrittsgrenze des Magnetfeldes sei k' . Der zum Eintrittsort O der Mittelbahn s_0 weisende Radius $K'0$ (Normale zur Feldgrenze) schließe mit der Richtung der dort an kommenden Mittelbahn den Winkel ϵ' ein. ϵ' ist positiv, wenn

x_K und y_K , die Koordinaten des Krümmungsmittelpunktes K' , ungleiches Vorzeichen haben. Wegen der Doppelfokussierung für alle Massen müssen die hintere Magnetfeldgrenze und die Doppelfokussierungskurve Geraden sein, die durch den Eintrittspunkt O hindurchweisen. Ein (x, y, z) -Koordinaten-

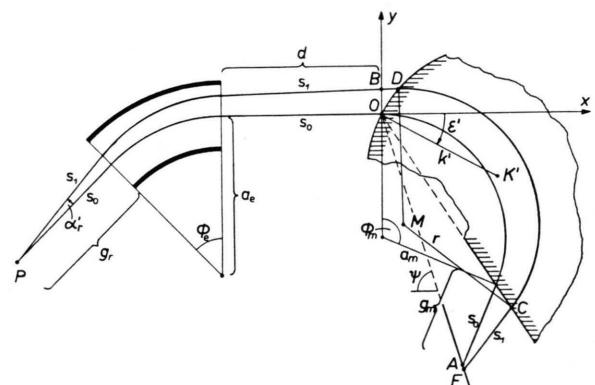


Abb. 1. Strahlengang des für alle Massen doppelfokussierenden Spektrographen.

system ist in der in Abb. 1 gezeichneten Weise in den Strahlengang gelegt, so daß sein Ursprung im Punkt O liegt und die x-Achse in die Verlängerung der ins Magnetfeld eintretenden Mittelbahn zeigt. Die (x, y) -Ebene fällt mit der mittleren Umlenkebene des Apparates zusammen.

Eine vom Punkt P mit den kleinen radialen und axialen Winkeln α'_r bzw. α'_z gegen die Mittelbahn ausgehende Bahn s_1 eines Ions der Masse m und der Geschwindigkeit $v_0(1 + \beta)$ schneidet die Ebene $x = 0$ im Punkte B mit der Ordinate

$$y_0 = \pm [a_e K_1 \alpha'_r + (a_e K_2 + d L_2) \beta + (a_e K_{11} + d L_{11}) \alpha'^2_r + (a_e K_{12} + d L_{12}) \alpha'_r \beta + (a_e K_{22} + d L_{22}) \beta^2 + (a_e K_{33} + d L_{33}) \alpha'^2_z] \quad (1)$$

¹ H. EWALD u. G. SAUERMANN, Z. Naturforschg. 11 a, 173 [1956].

² H. EWALD u. H. LIEBL, Z. Naturforschg. 10 a, 872 [1955].

³ H. EWALD u. H. LIEBL, Z. Naturforschg. 12 a, 28 [1957].



und der Steigung

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_0 = \pm [L_2 \beta + L_{11} \alpha_r'^2 + L_{12} \alpha_r' \beta + L_{22} \beta^2 + L_{33} \alpha_z'^2]. \quad (2)$$

Hier und in allen folgenden Gleichungen gilt das obere Vorzeichen für gleichsinnige, das untere für gegensinnige Ablenkung der Strahlen in beiden Feldern. In letzterem Falle ist das elektrische Feld in Abb. 1 gegenüber dem gezeichneten Fall in der zur (x, z) -Ebene spiegelbildlichen Anordnung zu denken. Die Konstanten K und L sind aus den Berechnungen der Bildfehler von Toroidkondensatoren³ zu entnehmen.

y_0 und $(dy/dx)_0$ lassen sich auch als Funktionen der Koordinaten des Eintrittspunktes D und des Ablenkungszentrums M des Strahles s_1 darstellen. Es ist

$$y_0 = \frac{r^2 + (x_D - x_M) x_M}{y_D - y_M} + y_M, \quad (3)$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_0 = -\frac{x_D - x_M}{y_D - y_M} \quad (4)$$

mit $r = a_m(1 + \beta - \frac{1}{2}P^2 \alpha_z'^2)$. Über die Bedeutung von P wird weiter unten gesprochen (siehe Seite 540).

Es gelten weiterhin die Bedingungsgleichungen

$$(x_D - x_K)^2 + (y_D - y_K)^2 = k'^2, \quad (5)$$

$$(x_D - x_M)^2 + (y_D - y_M)^2 = r^2, \quad (6)$$

$$(x_M - x_C)^2 + (y_M - y_C)^2 = r^2. \quad (7)$$

Unter Elimination der Koordinaten von D lassen sich aus den Gl. (1) bis (7) die Koordinaten von M als Funktionen der K und L ableiten und weiterhin auch die des Austrittspunktes C des Strahles s_1 aus dem Magnetfeld, da ja die Lage der Austritts- wie auch die der Bildebene durch die Doppelfokussierungsbedingung festgelegt ist. Mit den Koordinaten von M und C ist auch die Gleichung der Bahngeraden s_1 nach dem Verlassen des Magnetfeldes gegeben, woraus dann auch die Koordinaten ihres Schnittpunktes F mit der Bildebene folgen. Die Mittelbahn s_0 von Teilchen derselben Masse m und der Geschwindigkeit v_0 trifft die Bildebene im nahe benachbarten Punkte A . Der längs der Bahn s_0 gemessene Abstand des Punktes A von der Austrittsgrenze des Magnetfeldes werde mit g_m bezeichnet. Die Projektion des Abstandes der Punkte F und A in die (x, y) -Ebene ist von zweiter Ordnung klein und hat die Größe

$$f = \frac{x_F - x_A}{\cos \psi} = \frac{a_m}{\mp L_2} \sqrt{2(1 - \cos \Phi_m) + \left(\frac{g_m}{a_m}\right)^2 + 2 \frac{g_m}{a_m} \sin \Phi_m \cdot (A_{11} \alpha_r'^2 + A_{12} \alpha_r' \beta + A_{22} \beta^2 + A_{33} \alpha_z'^2)} \quad (8)$$

mit

$$A_{11} = \pm L_{11} + \left(\frac{a_e}{a_m} K_1\right)^2 \left[\frac{a_m}{2 k' \cos^3 \varepsilon'} + \frac{L_2^2}{(1 - \cos \Phi_m)^2} \left(\frac{\mp L_2}{1 - \cos \Phi_m} (1 + \frac{3}{2} \cos \Phi_m) - \frac{3}{2} \operatorname{ctg} \frac{\Phi_m}{2} \right) \right], \quad (9)$$

$$A_{12} = \pm L_{12} + \frac{a_e}{a_m} K_1 \left(\frac{a_e}{a_m} K_2 + \frac{d}{a_m} L_2 \right) \left[\frac{a_m}{k' \cos^3 \varepsilon'} + \frac{L_2^2}{(1 - \cos \Phi_m)^2} \left(\frac{\mp L_2}{1 - \cos \Phi_m} (2 + 3 \cos \Phi_m) - 3 \operatorname{ctg} \frac{\Phi_m}{2} \right) \right] + \frac{a_e}{a_m} K_1 L_2 \left[\frac{\mp L_2}{1 - \cos \Phi_m} \left(\frac{\mp L_2}{1 - \cos \Phi_m} (2 + 3 \cos \Phi_m) - 4 \operatorname{ctg} \frac{\Phi_m}{2} \right) + \frac{1}{1 - \cos \Phi_m} \right], \quad (10)$$

$$A_{22} = \pm L_{22} + \left(\frac{a_e}{a_m} K_2 + \frac{d}{a_m} L_2 \right)^2 \left[\frac{a_m}{2 k' \cos^3 \varepsilon'} + \frac{L_2^2}{(1 - \cos \Phi_m)^2} \left(\mp L_2 \frac{1 + \frac{3}{2} \cos \Phi_m}{1 - \cos \Phi_m} - \frac{3}{2} \operatorname{ctg} \frac{\Phi_m}{2} \right) \right] + L_2 \left(\frac{a_e}{a_m} K_2 + \frac{d}{a_m} L_2 \right) \left[\frac{\mp L_2}{1 - \cos \Phi_m} \left(\mp L_2 \frac{2 + 3 \cos \Phi_m}{1 - \cos \Phi_m} - 4 \operatorname{ctg} \frac{\Phi_m}{2} \right) + \frac{1}{1 - \cos \Phi_m} \right] + L_2^2 \left[\mp L_2 \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cos \Phi_m}{1 - \cos \Phi_m} - 2 \operatorname{ctg} \frac{\Phi_m}{2} \right], \quad (11)$$

$$A_{33} = \pm (L_{33} + \frac{1}{2} L_2 P^2). \quad (12)$$

Die Ausdrücke für A_{11} , A_{12} , A_{22} sind formal identisch mit den von HINTENBERGER, WENDE und KÖNIG⁴ für die Verwendung von Zylinderkondensatoren gefundenen Gleichungen (16 a, b, c)

$$A_{11} = \pm L_{11} + \left(\frac{a_e}{a_m} K_1\right)^2 \frac{N_{11}}{M_1^2},$$

$$A_{12} = \pm L_{12} + 2 \frac{a_e}{a_m} K_1 \frac{N_{11}}{M_1^2} \left(\frac{a_e}{a_m} K_2 + \frac{d}{a_m} L_2 \mp M_2 \right) \pm \frac{a_e}{a_m} K_1 \frac{N_{12}}{M_1},$$

⁴ H. HINTENBERGER, H. WENDE u. L. A. KÖNIG, Z. Naturforschg. **10 a**, 605 [1955].

$$A_{22} = \pm L_{22} + \frac{N_{11}}{M_1^2} \left(\pm \frac{a_e}{a_m} K_2 \pm \frac{d}{a_m} L_2 - M_2 \right)^2 + \frac{N_{12}}{M_1} \left(\pm \frac{a_e}{a_m} K_2 \pm \frac{d}{a_m} L_2 - M_2 \right) + N_{22},$$

wobei aber in unserem Fall mit gekrümmter Eintrittsgrenze des Magnetfeldes für die von diesen Autoren eingeführten Koeffizienten N_{11} , N_{12} und N_{22} die folgenden erweiterten Ausdrücke treten:

$$N_{11} = \frac{1}{1 - \cos \Phi_m} \left[-\frac{3}{2} \sin \Phi_m \mp L_2 \left(1 + \frac{3}{2} \cos \Phi_m \right) \right] + \frac{a_m}{2 k' \cos^3 \varepsilon'} \left(\frac{1 - \cos \Phi_m}{L_2} \right)^2, \quad (13)$$

$$N_{12} = -1 \mp L_2 \frac{\sin \Phi_m}{1 - \cos \Phi_m} \mp \frac{a_m}{k' \cos^3 \varepsilon'} \cdot \frac{(1 - \cos \Phi_m)^2}{L_2}, \quad (14)$$

$$N_{22} = \pm L_2 \left[1 + \frac{L_2^2}{2(1 - \cos \Phi_m)} \pm L_2 \frac{\sin \Phi_m}{2(1 - \cos \Phi_m)} \right] + \frac{a_m}{2 k' \cos^3 \varepsilon'} (1 - \cos \Phi_m)^2. \quad (15)$$

Die Ausdrücke für M_1 und M_2 sind unverändert zu übernehmen:

$$M_1 = \mp \frac{1 - \cos \Phi_m}{L_2}, \quad M_2 = 1 - \cos \Phi_m.$$

Für die Koeffizienten K_1 , K_2 , L_2 , L_{11} , L_{12} , L_{22} sind die allgemeineren für Toroidkondensatoren³ zu verwenden.

Der Faktor P in A_{33} bedeutet das Verhältnis $P = \alpha_{zm}/\alpha_z'$, wobei α_{zm} der Winkel ist, unter dem die Bahn s_1 innerhalb des Magnetfeldes gegen die

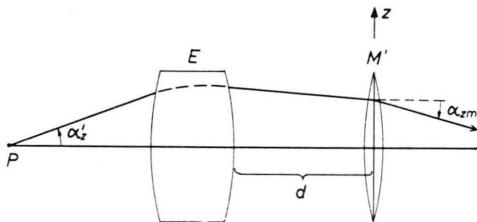


Abb. 2. Axialer Verlauf einer Ionenbahn.

(x, y) -Ebene geneigt ist. Dabei ist außer der axialen Linsenwirkung des Toroidfeldes auch die des magnetischen Randfeldes an der Eintrittsgrenze des Magnetfeldes zu berücksichtigen. Nach HERZOG⁵ u. a. wirkt dieses wie eine dünne Linse mit der axialen Brennweite $*f' = a_m \operatorname{ctg} \varepsilon'$.

In Abb. 2 ist der axiale Verlauf einer Ionenbahn in die Zeichenebene abgewickelt und die axiale Linsenwirkung des Toroidfeldes durch eine dicke Linse E, die des magnetischen Randfeldes durch eine dünne Linse M' dargestellt. Da α_z' nur quadratisch in den Bildfehler f eingeht, braucht P nur in erster Näherung berechnet werden. Es ergibt sich

$$P = \left(1 - \frac{d}{a_m} \operatorname{tg} \varepsilon' \right) \left(\cos \sqrt{c} \Phi_e - \frac{\sqrt{c} \sin \sqrt{c} \Phi_e}{\varkappa \operatorname{tg} \varkappa \Phi_e} \right) \quad (16)$$

$$- \frac{a_e}{a_m} \operatorname{tg} \varepsilon' \left(\frac{\sin \sqrt{c} \Phi_e}{\sqrt{c}} + \frac{\cos \sqrt{c} \Phi_e}{\varkappa \operatorname{tg} \varkappa \Phi_e} \right)$$

⁵ R. HERZOG, Acta Phys. Austr. **4**, 431 [1951].

mit den Abkürzungen

$$c = a_e/R_e \quad \text{und} \quad \varkappa = \sqrt{2 - c}.$$

Bei Verwendung eines Kugelkondensators ($c = \varkappa = 1$) wird

$$P = - \frac{a_e}{a_m} \frac{\operatorname{tg} \varepsilon'}{\sin \Phi_e},$$

bei Verwendung eines Zylinderkondensators ($c = 0$, $\varkappa = \sqrt{2}$)

$$P = 1 - \frac{a_e}{a_m} \operatorname{tg} \varepsilon' \left(\frac{\operatorname{ctg} \sqrt{2} \Phi_e}{\sqrt{2}} + \Phi_e + \frac{d}{a_e} \right).$$

Hat man dazu noch senkrechten Eintritt ins Magnetfeld ($\varepsilon' = 0$), so wird $P = 1$, da dann bis zur hinteren Magnetfeldgrenze überhaupt keine axiale Ablenkung auftritt. Da für den Zylinderkondensator außerdem $L_{33} = -\frac{1}{2}L_2$ gilt, wird dafür $A_{33} = 0$, d. h. die axiale Divergenz gibt bei solchen Apparaten keine radialen Bildfehler zweiter Ordnung. Zum Schluß sei für den MATTAUCH-HERZOGSchen Apparat mit Zylinderkondensator der verbleibende radiale Bildfehler angeführt für ein mittleres $a_m = 18$ cm,

$$a_e = 28 \text{ cm}, \quad d = 30 \text{ cm}, \quad g_m = 0,$$

$$x \Phi_e = 45^\circ, \quad \Phi_m = 90^\circ,$$

$$f = 180 \sqrt{2} (0,21 \alpha_z'^2 - 8,08 \alpha_z' \beta - 4,76 \beta^2) \text{ mm.}$$

Bei unseren neueren Messungen^{6, 7} mit einem solchen Apparat haben wir etwa mit $\alpha_z' = \beta = 4 \cdot 10^{-4}$ gearbeitet. Die drei Fehleranteile betragen in diesem Falle etwa $f_{11} = +0,1 \cdot 10^{-4}$ mm,

$$f_{12} = -3,3 \cdot 10^{-4} \text{ mm},$$

$$f_{22} = -1,9 \cdot 10^{-4} \text{ mm}.$$

Hier sei noch darauf hingewiesen, daß nach obigem für Apparate mit Zylinderkondensatoren und $\varepsilon' \neq 0$ der zu $\alpha_z'^2$ proportionale radiale Fehler f_{33} wegen $P \neq 1$ durchaus beachtet werden muß, sofern man nicht mit sehr kurzen Spalten arbeitet.

⁶ G. v. SCHIERSTEDT, H. EWALD, H. LIEBL u. G. SAUERMANN, Z. Naturforsch. **11a**, 216 [1956].

⁷ H. LIEBL u. H. EWALD, Z. Naturforsch. **11a**, 406 [1956].